15-2016	فرض 2	2éme bac SM

التمرين الأول

f دالة عددية معرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt[3]{x^2-x} & x<0 \\ f(0)=0 & \\ f(x)=\dfrac{x}{\pi}\arctan\sqrt{x} & x>0 \end{cases}$$

1- أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج ؟

3- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-\dfrac{1}{2}x$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

4- أدرس رتابة الدالة f على المجال $]-\infty,0]$ و بين أن الدالة f تزايدية على المجال $]0,+\infty[$

5- ليكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty,0]$.

بين أن g تقابل من $]-\infty,0]$ نحو مجال J يتم تحديده و أحسب $g^{-1}(x)$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{2\left(1-\sqrt{2-x}\right)}{x-1}-1 & ; \quad x<1 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2+a} & ; \quad x\geq 1 \end{cases}$$

1) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على يسار النقطة 1 و أن $f_g'(1)=\dfrac{1}{4}$

2) حدد العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة 1

التمرين الثالث

لتكن F دالة معرفة على المجال $D=[0,1]$ بما يلي : $F(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

1) بين ان F قابلة للاشتقاق على D و أن $(\forall x\in D)\ \ |F'(x)|\leq\dfrac{1}{2}$

2) بين أن $1-\dfrac{1}{2}x\leq F(x)\leq 1\ \ (\forall x\in D)$ ثم استنتج تأطيرا للعدد $\sqrt{1{,}16}$

التمرين الرابع

لتكن x_0 عنصر معلوم من $I=]a,b[$ و f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على مجال $[a,b]$

و بحيث f'' متصلة على $[a,b]$ و $f(a)=f(b)=0$ نضع $g(t)=f(t)-\dfrac{(t-a)(t-b)}{(x_0-a)(x_0-b)}f(x_0)$

1) أحسب $g(a)$; $g(b)$, $g(x_0)$ وبين أن $\left(\exists(c,d)\in I^2\right)\ \ g'(c)=g'(d)=0$

2) استنتج أن: $(\exists\beta\in]a,b[)\ \ f''(\beta)=\dfrac{2f(x_0)}{(x_0-a)(x_0-b)}$